FUNCIÓN LINEAL

Es importante que se identifique claramente cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales. Son muchísimas las aplicaciones de la vida cotidiana donde se pueden establecer relaciones directamente proporcionales como por ejemplo en problemas de regla de tres simple directa como recetas, porcentajes, ampliaciones o reducciones de figuras semejantes, así como en muchísimos fenómenos físicos

¿Cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales?

Si dos magnitudes son tales que a ***doble***, ***triple***... cantidad de la primera corresponde ***doble***, ***triple***... de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son ***directamente proporcionales***.

Dos magnitudes cuyas cantidades se corresponden según la siguiente tabla:

1ª Magnitud	a	b	c	d	$\cdots$
2ª Magnitud	a'	b'	c'	d'	$\cdots$

son ***directamente proporcionales*** si se cumple que:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \cdots$$

La razón o cociente entre la segunda y la primera magnitud, se llama ***constante de proporcionalidad directa***.

Ejemplo

Un saco de patatas pesa 20 kg. ¿Cuánto pesan 2 sacos?
Un cargamento de patatas pesa 520 kg ¿Cuántos sacos se podrán hacer?

Número de sacos	1	2	3	$\cdots$	26	$\cdots$
Peso en kg	20	40	60	$\cdots$	520	$\cdots$

Para pasar de la 1ª fila a la 2ª basta multiplicar por 20.

Para pasar de la 2ª fila a la 1ª dividimos por 20.

$$\frac{1}{20} = \frac{2}{40} = \frac{3}{60} = \cdots$$

Observa que las magnitudes número de sacos y peso en kg son ***directamente proporcionales***. La ***constante de proporcionalidad*** para pasar de número de sacos a kg es ***20***.

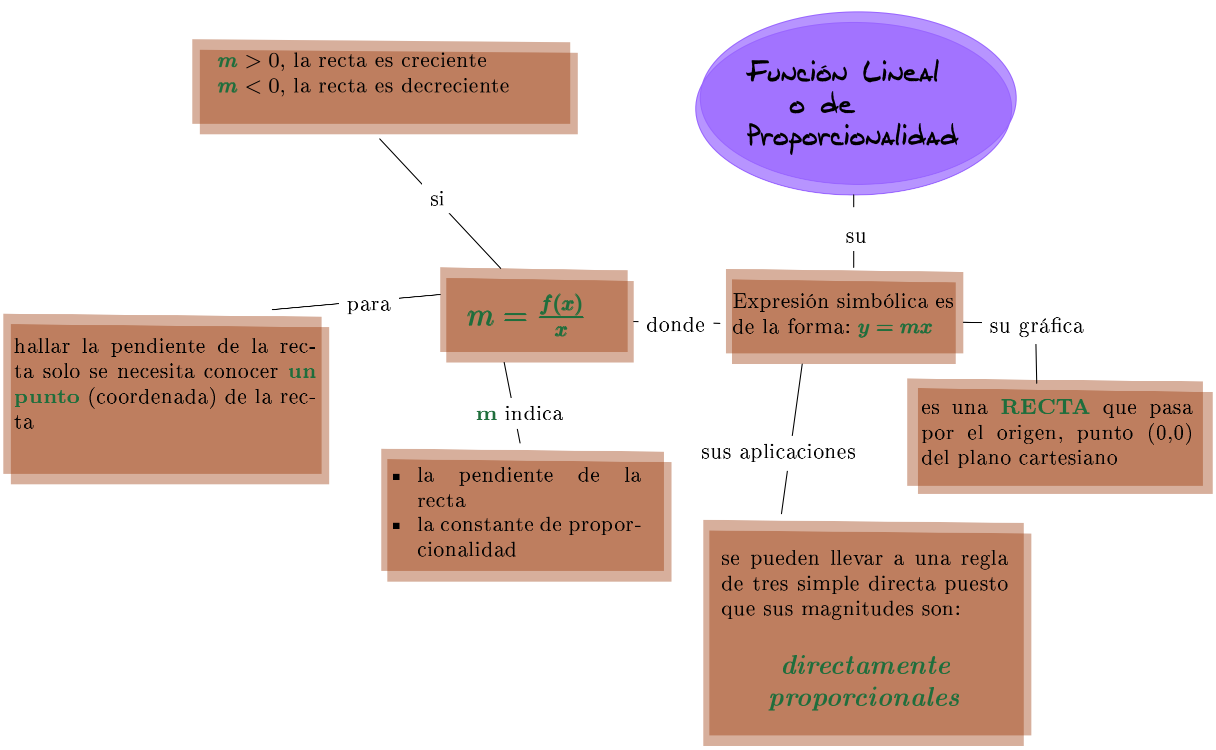
Para comprender bien las características de una función, es necesario que se trabaje de manera simultánea todos sus sistemas de representación es decir; el ***verbal***, el ***simbólico***, el ***tabular*** y el ***gráfico***. Esto permitirá visualizar y entender las relaciones que existen entre dichas representaciones y el oficio que tienen los parámetros en la función.

¿Qué es un parámetro?

Un parámetro es un **valor numérico** que se puede fijar a voluntad o que surge como la solución a un problema específico. Por ejemplo toda Función Lineal es de la forma $f(x) = mx$, donde m es el parámetro que representa la pendiente, luego podemos fijar voluntariamente valores para m y así tener muchísimos ejemplos de funciones lineales como:

$$f(x) = -3x, \quad f(x) = 7x \quad f(x) = \frac{6}{20}x \quad f(x) = -\frac{15}{33}x \quad f(x) = 500x$$

En el siguiente mapa se puede ver las principales características de las funciones lineales y sus relaciones entre los diferentes sistemas de representación:



Se puede ampliar más el tema en este video

Analicemos las siguientes actividades:

1. El precio de la tarifa de los taxis ha subido un 12 %. Como el taxímetro no ha sido aún actualizado, el taxista debe subir, cada vez, el importe en un 12 %.

a) Completa la tabla usando regla de tres:

Taxímetro	Nuevo Importe
725 ptos	
550 ptos	
720 ptos	
...	

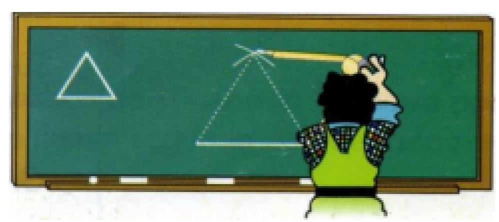
b) El taxista se cansa de tanta regla de tres, y como algo sabe de funciones, llama x a la cantidad que marca el taxímetro y calcula:

Taxímetro	Nuevo Importe
100 ptos	112 pts
x	y

$$y = \frac{112x}{100} \qquad y = 1.12x$$

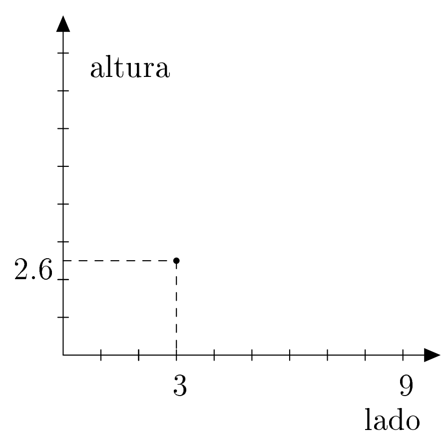
Investigamos la proporcionalidad

2. A simple vista parece que al duplicar el lado de un triángulo equilátero se duplica la altura, lo que sería una situación de proporcionalidad. Comprobémoslo experimentalmente:



a) Dibuja varios triángulos equiláteros, completa la tabla y la gráfica (utiliza un compás).

lado: x	3	6	8	9	...
altura: y	2.6				
y/x	0.86				



b) ¿Son aproximadamente constantes los cocientes y/x? ¿Es la gráfica una recta que pasa por el origen? ¿Hay proporcionalidad entre base y altura?

c) Despeja y en $y/x = m$, donde m es la constante que has hallado, para obtener la fórmula aproximada de la función base $\longrightarrow$ altura.

Veamos un ejemplo más:

Observa en la tabla el precio de la harina y el azúcar:

peso x:	1 kg	2 kg	3 kg	4 kg	4.5 kg	$\cdots$
precio harina: y_1	90	180	270	360	405	$\cdots$
precio azúcar: y_2	250	500	750	1000	1125	$\cdots$

Para cada producto, las magnitudes peso y precio son proporcionales. Al duplicarse, triplicarse, etc. la variable peso, se duplica, triplica, etc. la variable precio.

Los cocientes precio/peso son constantes.

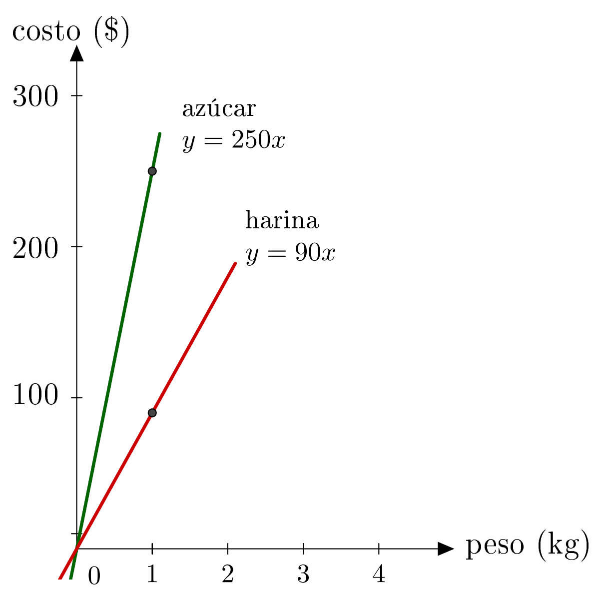
$$\frac{y_1}{x} = \frac{90}{1} = \frac{180}{2} = \cdots = 90 \longrightarrow \frac{y_1}{x} = 90 \text{ equivale a } y_1 = 90x$$

$$\frac{y_2}{x} = \frac{250}{1} = \frac{500}{2} = \cdots = 250 \longrightarrow \frac{y_2}{x} = 250 \text{ equivale a } y_2 = 250x$$

harina: $y_1 = 90x$ azúcar: $y_2 = 250x$

Gráficas

La gráfica de una función lineal es una recta que pasa por el origen, y , recíprocamente, si la gráfica de una función es una recta que pasa por el origen, entonces la función es lineal.



Estos y otros ejemplos pueden encontrarse en ***Matemáticas Fractal 3. Ed. Vicens Vives. España***